

XIV Городская олимпиада по математике. 3 марта 2024 г. 5 класс. Решения.

1. Сумма 146 натуральных чисел – нечетное число. Определите, четным или нечетным является их произведение.

Ответ: четное

Решение: 146 – число четное. Сумма четного числа **нечетных** чисел – число четное. Значит – если сумма нечетная, то среди этих чисел есть хотя бы одно четное. Тогда произведение будет четным. (Один ответ - 0 баллов)

2. В коробке 10 красных карандашей, 8 синих, 6 зеленых и 4 желтых. Наугад из коробки берут несколько карандашей. Определите, какое наименьшее число карандашей надо взять, чтобы среди них было не менее 4 карандашей одного цвета.

Ответ: 13

Решение: рассмотрим наихудший случай, когда мы взяли по три карандаша каждого из четырех цветов (то есть всего 12). Тогда нам нужен еще один карандаш, который будет какого-то одного из четырех цветов, и этого цвета окажется четыре карандаша.

3. На покраску поверхности кубика размером $3 \times 3 \times 3$ потратили 54 г краски. Из другого такого же кубика размером $3 \times 3 \times 3$ вынули центральный кубик и срединные кубики на всех его гранях. Сколько краски нужно теперь для покраски **всей** поверхности такого дырявого кубика?

Ответ: 72 г

Решение: поверхность первого кубика = $3 \times 3 \times 6 = 54$, поэтому на один маленький квадрат уходит 1 г краски. Площадь поверхности дырявого кубика складывается из внешней поверхности $6 \times 8 = 48$ и боковых поверхностей новых дырок: $6 \times 4 \times 1 = 24$. Всего $48 + 24 = 72$. Поэтому необходимо 72 г краски.

4. У Шурика, Эрика, Юрика и Ярика спросили: кто из них самый младший?

- Шурик: Уж точно не я!
- Эрик: И не я.
- Юрик: Младший Эрик.
- Ярик: Младший Юрик.

Только один из них сказал правду. Кто же младший?

Ответ: Шурик

Решение: поскольку младший один, и правду сказал только один, то Шурик и Эрик не могут ОБА врать или ОБА говорить правду, значит – один из них говорит правду. Значит – Юрик и Ярик обманывают. Значит – Эрик и Юрик – не младшие. Значит – Эрик сказал правду, а Шурик – обманул, и он самый младший.

5. От двух противоположных концов школьного коридора с постоянными скоростями одновременно навстречу друг другу выбежали хулиган Костя и Оленька. Они встретились друг с другом на расстоянии 20 метров от ближайшего к месту встречи конца коридора и побежали дальше. Каждый из них, пробежав весь коридор полностью, сразу повернул обратно и во второй раз они встретились уже в 4 метрах от другого конца коридора. Какова длина коридора?

Ответ: 56 м

Решение: сумма расстояний, которые ребята пробежали до первой встречи, равна длине коридора, а сумма расстояний, которые они пробежали к моменту второй встречи, равна утроенной длине коридора. Значит, до момента второй встречи прошло в три раза больше времени, чем до момента первой встречи. Следовательно, если к моменту первой встречи один из ребят пробежал 20 метров, то к моменту второй встречи он пробежал $20 \times 3 = 60$ метров, что на 4 метра превышает длину коридора. То есть она равна $60 - 4 = 56$ метров.